

To måter å betrakte tall på

Sist oppdatert: 15. november 2003

Matematikk handler om mengde. Et matematisk spørsmål begynner som oftest med «hvor» eller «hva». En ting er å hevde at det er kaldt ute, men hva viser gradestokken? Svarene på matematiske spørsmål er ofte av to typer: omtrentlige eller eksakte, kontinuerlige eller diskrete – analoge eller digitale. Her skal vi se nærmere på disse to måtene å betrakte tall (og verden) på.

Ole Brumm og halen til Tussi

Mens Tussi sto bedrøvet og så ned i bakken, gikk Ole Brumm rundt ham to ganger. «Hva er det med halen din?» spurte han forundret. «Ja, hva er det med den?» sa Tussi. «Den er ikke der», sa Brumm. «Er du sikker på det?». «Ja», sa Ole Brumm, «enten så er det en hale, eller så er det ingen hale. Det kan man ikke ta feil av. Og din hale er ikke der». «Hva er det der da?» spurte Tussi. «Ingenting», sa Brumm.

En vintermorgen

*Når jeg står opp klokken **seks vinterstid** for å skrive eller lese, er det **to** ting jeg gleder meg til: **en kopp gloheit** kaffe, og **et** blick ut av vinduet for å se på himmelen. Kaffen er så **varm** at jeg må vente **litt** før jeg heller i meg den **første** slurken. Det er **mørkt** ute ennå, så jeg ser bare **en drøss** med stjerner. **Hvor mange** vet jeg ikke, men en astronom vil nok vite **det nøyaktige antallet**. Det virker **kaldt** ute, tenker jeg, og går bort til gradestokken. **10,2** minusgrader viser den. Jeg går bort til bordet igjen, tar koppen, og inntar den livgivende beksvarte væsken. Jeg skriver **noen** ord, mens jeg venter på at det skal bli **lysere**. Jeg har det **utmerket** her jeg sitter mutters alene (sikkert **8,5** på en «bra»-skala fra **1** til **10**).*

I denne lille situasjonsbetraktningen på 135 ord (og fire tall) har jeg uthevet ca. 20 ord og uttrykk som kan sies å ha betydning for mengde eller antall. Tallene beskriver en nøyaktig angitt mengde, mens ordene og uttrykkene varierer i eksakthet. Hvor lenge er f.eks. «litt», hvor mørkt er «mørkt» og hvor varmt er «gloheit»?

Mengder og tall

Matematiske svar kan altså enten være eksakte eller omtrentlige. De eksakte svarene er gjerne svar på spørsmål som begynner med: «Hvor mange...». Her er eksempler på slike spørsmål:

«To måter å betrakte tall på»

- hvor mange medlemmer er det i familien?
- hvor mange sauer er det i flokken?
- hvor mange ord er det i setningen?
- hvor mange stjerner er det på himmelen?
- hvor mange kilo appelsiner er det i posen?

De eksakte svarene kan også være slik at vi har med enten-eller tilfeller å gjøre:

- Tussi kan ikke både ha en hale, og ikke ha en hale
- sekken veier enten 20,8 kg eller den veier ikke 20,8 kg
- en trekant består av tre hjørner, og tre linjer mellom hjørnene
- Det går ikke an å være delvis levende eller delvis død, delvis gravid eller delvis ikke-gravid

Men sett nå at en tysker og en engelskmann la hver sin hånd på den samme komfyrplaten og jeg satte på strømmen. Da ville antagelig engelskmannen si «hot» (norsk: varm) før tyskeren ville si «heiss» (norsk: varm, het). Dette fordi «hot» på engelsk ikke betegner fullt så varme tilstander som det tyske «heiss». Her har vi med omtrentlige eller «kontinuerlige» størrelser å gjøre.

Analoge og digitale mengdeangivelser

Omgivelsene kan vise et utall av eksempler på begge typer mengdeangivelse. Vanlige telefoner er analoge, dvs. de videreformidler lyd ved hjelp av millioner ladede karbonpartikler. De mer moderne ISDN-telefonene er digitale, akkurat som en PC, dvs. de baserer seg på små, diskrete signaler som gir budskap fra seg ved enten å være av eller på. De «gamle» armbåndsurene var analoge. En spent stålfjær drev urverket kontinuerlig framover. Digitalur drives av en mekanisme som teller vibrasjonene i et lite kvartskrystall.

La oss illustrere forskjellen med to triangler. Det til venstre er diskret. Det begrenses av 3 punkter. Mellom hvert punkt går det én linje. Ut fra hvert punkt går det to linjer, én til hver av de andre punktene. De to linjene spriker i en bestemt vinkel.



Triangelet til høyre er farget med flere millioner signalgrønne partikler som reflekterer solstråler med en bølgelengde på 600 nanometer (dvs. 0,0006

«To måter å betrakte tall på»

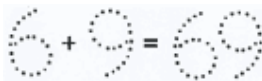
millimeter). Det grønne triangelet gir en rom- og innholdsfølelse, trekanten til venstre gir mer en «omkringfølelse».

Litt digitalt og litt analogt

Tilbake til stjernehimmelen. Den enkelte stjerne fremstår som en lysende prikk. Flere stjerner sammen danner stjernebilder, figurer som menneskene laget i sin fantasi for flere tusen år siden. Vi kan si at de laget noe «digitalt» av noe «analogt»: de trakk linjer mellom prikker på stjernehimmelen. Men vi kan også si at de laget noe «analogt» av noe «digitalt»: de ga jo stjernebildene bestemte menneskelige karaktertrekk.

Alle som har fødselsdag mellom 22. november og 21. desember er født i Skyttens tegn. Skytten ligger på sørhimmelen, i nærheten av sentrum i Melkeveien (den hvite tåken midt på bildet). Astrologien vil ha det til at skyttene har et medfødt jegerinstinkt; de er optimister, nysgjerrige, kunnskapstørste, og grublende filosofer. De er først og fremst på jakt etter bytte, men også etter nye og ukjente ting i tilværelsen. De er søkende mennesker.

Kanskje kan vi si at astrologien er en av menneskenes første måter å «digitalisere» sine omgivelser på! – Grekerne for 2500 år siden var veldig opptatt av denne todelingen i matematikk og astronomi. De kalte den en dyade som betyr: «par av motsatte begreper».



Dette regnestykket er ikke et enten-eller, men et både-og. Stykket er galt i den forstand at summen av mengdene 9 og 6 tilsvarer mengden 15, ikke mengden 69. Men det er riktig fordi 22 prikker + 22 prikker = 44 prikker. Det er altså både analogt og digitalt.

Filosofiske spørsmål

1. Ole Brumm er ikke i tvil: enten så har man en hale eller så har man ikke en hale. Hvilke av de følgende påstandene vil du si er riktige:

- enten blir det fisk til middag eller så blir det spaghetti (hint: finnes det andre middagsretter enn fisk og spaghetti?)
- enten blir det regn imorgen eller så blir det sol (hint: finnes det andre værtyper enn sol og regn?)
- enten ringer det på døren eller så ringer det ikke på døren (hint: kan det være noe annet enn ringeklokken som lager ringeklokke-lyden)
- enten er det natt eller så er det dag (hint: finnes det overganger mellom natt og dag – og dag og natt?)
- enten så er vi til eller så er vi ikke til

2. Vi har skilt mellom eksakte og omtrentlige angivelser. Her er noen omtrentlige mengdeangivelser (begreper) som betyr omtrent det samme. Forsøk å finne ut hvordan de forholder seg til hverandre:

- er «mye» mer eller mindre enn «masse»?
- er «rask» saktere eller fortere enn «hurtig»?
- er «diger» større eller mindre enn «enorm»?
- er «tung» tyngre eller lettere enn «massiv»?

3. Er det bare matematiske spørsmål som begynner med pronomene «hva» og «hvor»? Gi eksempler på hvordan disse pronomene kan være starten på spørsmål i norsk, KRL, historie og naturfag. (Eksempel i historie: «Hvor startet den annen verdenskrig.») Deretter forsøk å lage matematiske spørsmål som begynner på pronomene «hvorfor» og «hvordan».

4. «Hot» på engelsk er altså ikke fullt så varmt som det tyske «heiss». Men begge ordene kan oversettes med det norske «varm». Betyr dette at en «varm» klut er kaldere enn en «heiss» klut, men varmere enn en «hot» klut? Eller betyr det at en «varm» klut både kan være «heiss» og «hot»?

5. Eksemplet $'6 + 9 = 69'$ ble riktig dersom vi betraktet det digitalt, dvs. dersom vi betraktet både «6», «9» og «69» som bygget opp av små prikker. Men hvis vi betraktet «6», «9» og «69» analogt, ble det galt, dvs. hvis vi betraktet «6» som en mengde på 6, «9» som en mengde på 9 og «69» som en mengde på 69.

Tegnene «6», «9» og «69» kan altså oppfattes på to vidt forskjellige måter, enten bokstavelig (digitalt) eller billedlig (analogt). Kan de følgende uttrykkene bety én eller flere ting (forklar på hvilken måte):

- gå i baret
- seile i medvind
- en dans på roser
- skvette vann på gåsa
- gå på limpinnen
- vise muskler

6. Ved digitale angivelser, oppnår vi presis kommunikasjon, vi vet akkurat hvordan vi skal tolke det som blir sagt. Ved analoge angivelser blir informasjonen mindre eksakt, men inneholder til gjengjeld mange flere nyanser.

Hva er viktigst når vi snakker sammen: at det vi sier er presist og korrekt (mest mulig digitalt), eller at det vi sier inneholder graderinger og nyanser (mest mulig analogt)? Er det i noen situasjoner bedre med den ene formen for kommunikasjon, mens det i andre situasjoner vil le ha vært bedre med den andre? Kan du nevne noen eksempler her?